1. **a.** On a $\dfrac{4\,921}{18\,221\,965} \approx 0{,}016\,1 \approx 1{,}6\,\%$.

   b. De même $\dfrac{4\,921}{18\,221\,965} \approx 0{,}000\,3 < 0{,}001$ soit moins de 0,1 %.

2. **a.** Les 20 accouchements sont des évènements indépendants et la probabilité d'avoir une naissance est égale à 0,016, donc la variable X suit une loi binomiale $\mathscr{B}(20\,;\,0{,}016)$.

   On a $p(X=1) = 20 \times 0{,}016 \times 0984^{19} \approx 0{,}235\,5$ soit 0,236 au millième près.

   b. On a $p(X \geqslant 1) = 1 - p(X=0) = 1 - 0{,}984^{n} \times 0{,}016^{0} = 1 - 0{,}984^{n}$.

   Il faut donc résoudre l'inéquation :

   $1 - 0{,}984^{n} \geqslant 0{,}99 \iff 0{,}01 \geqslant 0{,}984^{n} \iff$ (par croissance de la fonction logarithme népérien) $\ln 0{,}01 \geqslant n \ln 0{,}984 \iff n \geqslant \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}984}$ soit $n \geqslant 285{,}5$.

   Donc en moyenne, sur 286 accouchements il y a un accouchement double.

3. Dans cette maternité, parmi les naissances double, on estime qu'il y a 30 % de jumeaux monozygotes (appelés « vrais jumeaux » qui sont obligatoirement de même sexe : deux garçons ou deux filles) et donc 70 % de jumeaux dizygotes (appelés « faux jumeaux », qui peuvent être de sexes différents : deux garçons, deux filles ou un garçon et une fille).

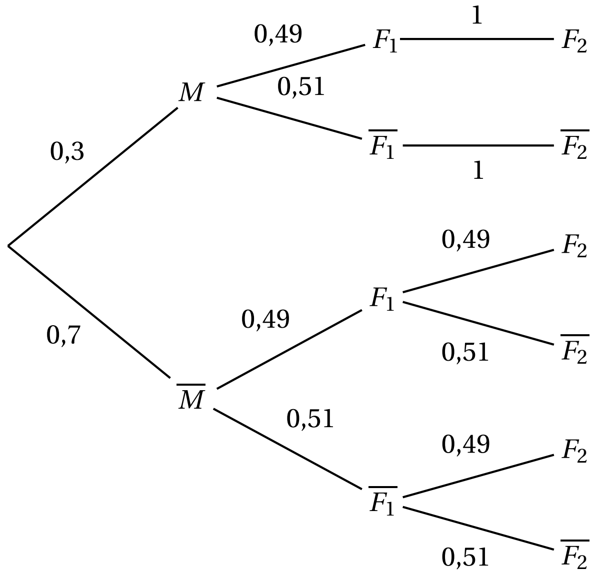
   Dans le cas de naissances doubles, on admet que, comme pour les naissances ordinaires, la probabilité d'être une fille à la naissance est égale à 0,49 et que celle d'être un garçon à la naissance est égale à 0,51.

   Dans le cas d'une naissance double de jumeaux dizygotes, on admet aussi que le sexe du second nouveau–né des jumeaux est indépendant du sexe du premier nouveau-né.

   On choisit au hasard un accouchement double réalisé dans cette maternité et on considère les évènements suivants :

   - M : « les jumeaux sont monozygotes » ;
   - F_1 : « le premier nouveau–né est une fille » ;
   - F_2 : « le second nouveau–né est une fille ».

   On notera $p(A)$ la probabilité de l'évènement A et $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.



a. Voir ci-dessus

b. On a en suivant les première et troisième branche de l'arbre pondéré :

$p\left(F_1 \cap F_2\right) = 0,3 \times 0,49 \times 1 + 0,7 \times 0,49 \times 0,49 = 0,147 + 0,168\,07 = 0,315\,07 \approx 0,316.$

c. Sachant que les nouveaux-nés sont des jumelles, la probabilité qu'elles soient monozygotes est la probabilité conditionnelle :

$p_{F_1 \cap F_2}(M) = \dfrac{p(M \cap (F_1 \cap F_2))}{p(F_1 \cap F_2)} = \dfrac{0,3 \times 0,49 \times 1}{0,315\,07} \approx 0,466\,5$ soit 0,467 au millième près.